

Prof. Dr. Alfred Toth

## Konverse und reflektorische Diamonds

1. Gegeben sei eine Kategorie

$$\text{Cat} = (x, y, \rightarrow, \leftarrow)$$

(vgl. Kaehr 2010, 2011), in der Objekte und Pfeile arbiträr kombiniert werden können. Dann bekommt man ein Funktionen-Quadrupel der Form (vgl. Toth 2025)

|             | Diam                | R-Diam               |
|-------------|---------------------|----------------------|
| Morph       | $(x \rightarrow y)$ | $(y \rightarrow x)$  |
| Heteromorph | $(y \leftarrow x)$  | $(x \leftarrow y)$ . |

2. Sei nun

$$N = (x, y, z), N^{-1} = (z, y, x),$$

dann können auf der Normalform eines Diamonds (N) sowohl Konversion (K) als auch Reflexion (R) sowie Kombinationen von ihnen operieren.

N-Diam

$$\begin{array}{ccc}
 & y & \leftarrow & x & & & z & \leftarrow & x \\
 & | & & | & & & | & & | \\
 x & \rightarrow & y & \circ & x & \rightarrow & z & \circ & x & \rightarrow & y
 \end{array}$$

K-Diam

$$\begin{array}{ccc}
 & y & \leftarrow & z & & & x & \leftarrow & z \\
 & | & & | & & & | & & | \\
 z & \rightarrow & y & \circ & z & \rightarrow & x & \circ & z & \rightarrow & y
 \end{array}$$

R-Diam

$$\begin{array}{ccc}
 & x & \leftarrow & z & & & x & \leftarrow & y \\
 & | & & | & & & | & & | \\
 y & \rightarrow & x & \circ & z & \rightarrow & x & \circ & y & \rightarrow & x
 \end{array}$$

## RK-Diam

$$\begin{array}{ccc}
 z & \leftarrow & x \\
 | & & | \\
 y & \rightarrow & z \circ x \rightarrow z
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ccc}
 z & \leftarrow & y \\
 | & & | \\
 x & \rightarrow & z \circ y \rightarrow z
 \end{array}$$

Wir bekommen damit folgendes System von externen und internen Umgebungen der Bi-Zeichen:

|    | U(ext)             |                    | U(int)              |                     |
|----|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|
| N  | $(y \leftarrow x)$ | $(z \leftarrow x)$ | $(x \rightarrow z)$ | $(x \rightarrow y)$ |
| K  | $(y \leftarrow z)$ | $(x \leftarrow z)$ | $(z \rightarrow x)$ | $(z \rightarrow y)$ |
| R  | $(x \leftarrow z)$ | $(x \leftarrow y)$ | $(y \rightarrow x)$ | $(z \rightarrow x)$ |
| RK | $(z \leftarrow x)$ | $(z \leftarrow y)$ | $(y \rightarrow z)$ | $(x \rightarrow z)$ |

Das Ergebnis ist also ein System aus zwei chiastischen und symmetrischen Systemen für U(ext) und U(int)

$$\begin{array}{ccc}
 (y \leftarrow x) & & (z \leftarrow x) \\
 \diagdown & & / \\
 (y \leftarrow z) & & (x \leftarrow z) \\
 \diagup & & \diagdown \\
 (x \leftarrow z) & & (x \leftarrow y) \\
 \diagdown & & / \\
 (z \leftarrow x) & & (z \leftarrow y)
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{ccc}
 (x \rightarrow z) & & (x \rightarrow y) \\
 \diagdown & & / \\
 (z \rightarrow x) & & (z \rightarrow y) \\
 \diagup & & \diagdown \\
 (y \rightarrow x) & & (z \rightarrow x) \\
 \diagdown & & / \\
 (y \rightarrow z) & & (x \rightarrow z)
 \end{array}$$

## Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Text Theory. Glasgow, U.K. 2010

Kaehr, Rudolf, Xanadu's Textemes. Glasgow, U.K. 2011

Toth, Alfred, Semiotische Spiegel-Diamonds. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025

29.5.2025